Fortgeschrittenen–Praktikum
2. Physikalisches Institut
Versuch 21
Mikrowellen

Marcus Rickert Eike Ulbrich

21. November 1990

Inhaltsverzeichnis

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Mikrowellen

Bei Mikrowellen handelt es sich um elektromagnetische Wellen der Wellenlänge $0.1[cm] \leq \lambda \leq 10[cm]$ bzw. der Frequenz $1[GHz] \leq \nu \leq 100[GHz]$. Sie liegen im elekromagnetischen Spektrum energetisch oberhalb der Radiowellen und unterhalb des infraroten Lichts.

Alonso Finn 578

Abb.1 Elektromagnetisches Spektrum

Mikrowellen finden Anwendung bei Radar– und Kommunikationssysteme sowie für die Analyse von Atom– bzw. Molekülstrukturen. Im Versuch dienen sie zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten verschiedener Materialien, sowie über den Doppler–Effekt zur Geschwindigkeitsmessung.

1.1.1 Erzeugung von Mikrowellen

Im Versuch werden die Mikrowellen mit Hilfe einer sogenannten *Impatt–Diode* (Abkürzung für: Impact–Avalanche–Transit–Time), erzeugt. Es handelt sich dabei um eine Diode, die aus drei unterschiedlich dotierten Halbleiter–Abschnitten besteht:

4.4.2 Bild 92

Abb.2 p^+nn^+–Impatt-Diode a) Dotierungsprofil b) elek. Feldverteilung c) Ion.-Integrand

Die mit einem Pluszeichen versehenen äußeren Abschnitte bezeichnen stark dotierte Schichten. Sie stellen im Vergleich zum schwach–negativ dotierten mittleren Bereich einen geringen Widerstand dar. Betrachtet man die drei Schichten als Spannungsteiler, so fällt deshalb fast die gesamte Spannung im mittleren Teil ab, was sich am linear abschwächenden elektrischen Feld in Abb.1 (b) verdeutlicht. Wenn die angelegte Spannung genügend hoch ist, kommt es im Übergangsbereich zwischen der $p+$– und der n–dotierten Zone zur Stoßionisation, wobei lawinenartig Ladungsträger freigesetzt werden, die in die n-dotierte Zone hineindriften.

Bild 98

Abb.3 Zeitliche Verschiebung von Spannung und Strom

Nimmt man eine äußere Wechselspannung an, so nimmt die Gesamtanzahl von Ladungsträger zu, wie die äußere Spannung positiv ist, und erreicht ihren Höhepunkt, wenn die durch Spannung auf ihrer fallenden Flanke durch null geht, d.h. der Strom ist gegenüber der Spannung um einen Winkel von ca. $\frac{\pi}{2}$ verschoben und die Diode stellt einen Blindwiderstand X_D dar. Ist der äußere Blindwiderstand $X_A = -X_D$ so erhält man schwingfähiges System.

Typische kapazitive Werte für eine Impatt-Diode sind $X_D \approx 0.5[pF]$ bei einem Innenwiderstand von $R_D \approx 2[\Omega]$. Technisch sind bei Betriebsfrequenzen von $5[GHz] \leq \nu \leq 150[GHz]$ Leistungen von bis $20[W]$ und Wirkungsgrade zwischen 10% und 15% erreichbar.

Im Versuch wird die Impatt–Diode in einen Hohlleiter eingebaut, in dem durch Feinabstimmung der Leiterlänge eine stehende Welle erzeugt wird, so daß die Stoßionisation extern 'angestoßen' wird. Man erhält somit eine harmonische Anregung mit Dämfpung, deren Resonanzkurve anhand der Ausgangsleistung des schwingenden Gesamtsystems gemessen wird.

1.2 Theorie der Hohlleiter

Bei der Herleitung der Wellengleichung in Hohlleitern geht man von einem metallischen Leiter aus, dessen Querschnitt im Prinzip beliebig sein kann, sich aber auf der gesamten Länge nicht ändert. Der Einfachheit halber wird nachher der Spezialfall eines rechteckigen Leiters mit Seitenlängen a und b abgeleitet, der der im Versuch verwendeten Geometrie entspricht.

1.2.1 Wellengleichung für beliebigen Querschnitt

Die Grundlage für die Wellengleichung bilden die Maxwell–Gleichungen ohne Ladungen und ohne Ströme:

$$\begin{aligned} \nabla \vec{E}^* &= 0 \\ \nabla \vec{H}^* &= 0 \\ \nabla \times \vec{E}^* &= -\frac{\partial}{\partial t}\vec{H}^* \qquad (1) \\ \nabla \times \vec{H}^* &= \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}^* \qquad (2) \end{aligned}$$

Die obigen Felder $\vec{E}^*$ und $\vec{H}^*$ enthalten noch die Zeitabhängigkeit, die aber für diesen Versuch unbedeutend sind, da nur stationäre Zustände betrachtet werden. Man führt daher die Substitution

$$\begin{aligned} \vec{E}^*(\vec{r}, t) &= \vec{E}(\vec{r})\mathrm{e}^{i\omega t} \\ \vec{H}^*(\vec{r}, t) &= \vec{H}(\vec{r})\mathrm{e}^{i\omega t} \end{aligned}$$

durch, die die Gleichnungen (1) und (2) wie folgt transformiert (der t-abhängige Teil kann dann jeweils auf beiden Seiten der Gleichung abgetrennt werden):

$$\begin{aligned} \nabla \vec{E} &= 0 \qquad (3) \\ \nabla \vec{H} &= 0 \qquad (4) \\ \nabla \times \vec{E} &= -i\omega\frac{\partial}{\partial t}\vec{H} \qquad (5) \\ \nabla \times \vec{H} &= \frac{i\omega}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\vec{E} \qquad (6) \end{aligned}$$

Bildet man nun die Rotation von (5), setzt (6) in 5) ein und beachtet die Vektoridentität

$$\nabla \times (\times \vec{A}(\vec{r})) = \nabla(\nabla \vec{A}(\vec{r})) - \triangle \vec{A}(\vec{r})$$

so ergibt sich die Wellengleichung:

$$\triangle \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2}\vec{E} = 0$$

Mit $\frac{1}{c^2} = \epsilon_0\epsilon_r\mu_0\mu_r = \frac{k^2}{\omega^2}$ und der Annahme, daß bei denen in diesem Experiment verwendeten Materialien $\mu_r \cong 1$ gilt, ergibt sich

$$\triangle \vec{E} + k^2\vec{E} = 0 \tag{7}$$

und entsprechend für das magnetische Feld

$$\triangle \vec{H} + k^2\vec{H} = 0. \tag{8}$$

Da man davon ausgeht, daß sich die Welle senkrecht zur Querschnittsfläche (x–y–Ebene), also in $\vec{e}_z$–Richtung ausbreiten wird, setzen wir für die Felder an (das Vektorfeld $\vec{A}(x,y,z)$ repräsentiert im folgenden sowohl $\vec{E}$ als auch $\vec{H}$)

$$\vec{A}(x,y,z) = \vec{A}_0(x,y)\mathrm{e}^{-\gamma z}. \tag{9}$$

Desweiteren wird der Laplace–Operator auseinandergezogen in einen transversalen und einen longitudinalen Anteil

$$\triangle \vec{A} = \triangle_{tr}\vec{A} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\vec{A} \tag{10}$$

Als Anfangswert bei $z = 0$ wird $\vec{A}_0$ ebenfalls zerlegt

$$\vec{A}_0 = \vec{A}_{0tr} + A_{0z}\vec{e}_z \tag{11}$$

Die Größe $\vec{A}_{0tr}$ enhält nur Komponenten in x–y–Richtung. Setzt man nun (9), (10 und (11) in (7) ein so erhählt man

$$\left(\triangle_{tr}\vec{A}_0 + (\gamma^2 + k^2)\vec{A}_0\right)\mathrm{e}^{-\gamma z} = 0.$$

Da die z–Komponente unabhängig von transversalen Komponente ist, zerfällt die Formel in zwei Teile

$$\triangle_{tr}\vec{A}_{0tr} + (\gamma^2 + k^2)\vec{A}_{0tr} = 0 \tag{12}$$

$$\triangle_{tr}A_{0z} + (\gamma^2 + k^2)A_{0z} = 0 \tag{13}$$

Aus dem Verschwinden der Divergenz der beiden Felder (3) und (4) folgt für $\vec{A}$

$$0 = \nabla\vec{A} = \nabla_{tr}\vec{A}_{0tr} + \frac{\partial}{\partial z}A_z = \left(\nabla_{tr}\vec{A}_{0tr} - \gamma A_{0z}\right)\exp\gamma z$$

Da exp keine Nullstellen hat, muß schon gelten

$$\nabla_{tr}\vec{A}_{0tr} = \gamma A_{0z} \qquad \Longrightarrow \qquad \triangle_{tr}\vec{A}_{0tr} = \gamma\nabla_{tr}A_{0z} \tag{14}$$

Setzt man nun obiges Ergebnis in (12) ein so erhält man als Transversalkomponente

$$\vec{A}_{0tr} = -\frac{\gamma}{\gamma^2 + k^2} \nabla_{tr} A_{0z}$$

und schließlich durch Einsetzen in (9) und (11) das Feld $\vec{A}$ in Abhängigkeit der longitudinalen Komponente

$$\vec{A} = \left(-\frac{\gamma}{\gamma^2 + k^2} \nabla_{tr} A_{0z} + A_{0z} \vec{e}_z \right) \mathrm{e}^{-\gamma z}$$

Als Endergebnis der querschnittsunabhängigen Betrachtung erhält man für $\vec{A} = \vec{E}$

$$E_z = E_{0z} \mathrm{e}^{-\gamma z} \tag{15}$$

$$\vec{E}_{tr} = -\frac{\gamma}{\gamma^2 + k^2} \nabla_{tr} E_{0z} \mathrm{e}^{-\gamma z} \tag{16}$$

$$\vec{H}_{tr} = -i \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\gamma^2 + k^2} \vec{e}_z \times \nabla_{tr} E_{0z} \mathrm{e}^{-\gamma z} \tag{17}$$

sowie für $\vec{A} = \vec{H}$

$$H_z = H_{0z} \mathrm{e}^{-\gamma z} \tag{18}$$

$$\vec{H}_{tr} = -\frac{\gamma}{\gamma^2 + k^2} \nabla_{tr} H_{0z} \mathrm{e}^{-\gamma z} \tag{19}$$

$$\vec{E}_{tr} = i \frac{\omega \mu_0}{\gamma^2 + k^2} \vec{e}_z \times \nabla_{tr} H_{0z} \mathrm{e}^{-\gamma z} \tag{20}$$

Man erkennt, daß bei obigem Ansatz entweder nur das $\vec{E}$-Feld oder das $\vec{H}$–Feld einen Anteil in z–Rictung hat. Die jeweils transversalen Anteile stehen aufeinander senkrecht.

1.2.2 Die Wellenlänge im Hohlleiter

Geht man von der Gleichung (13) der longitudinalen Komponente eines Feldes aus, so kann man über die Definition

$$h^2 := \gamma^2 + k^2 \tag{21}$$

und Auflösen nach γ den Wellenvektor bestimmen, mit dem sich die Welle entlang der z–Richtung im Hohlleiter fortplanzt

$$\gamma = \sqrt{h^2 - k^2} \tag{22}$$

Dabei spielt h die Rolle eines durch die Querschnittsgeometrie (siehe 8) bestimmen *Grenzwellenvektors* und k entspricht dem Wellenvektor, mit dem die Wellen über die Impatt–Diode transversal in den Hohlleiter 'eingespeist' werden. In Abhängigkeit der Größe von k^2 unterscheidet man zwei Fälle:

$h^2 > k^2$ In diesem Fall ist die Wurzel reell und man enthält einen reellen Wellenvektor γ. Nach Ansatz (9) ist dann die Welle entlangt der z–Achse exponentiell gedämpft und man erhält keine stabile stehende Welle im Hohlleiter.

$h^2 < k^2$ Hier ist die Wurzel imaginär. Man führt die Größe der *Phasenkonstanten* β über die Beziehung $\gamma = i\beta$ ein. Eingesetzt in (9) erhält man eine harmonische Schwingung entlang der z–Achse.

Man erhält für β

$$\beta = \sqrt{k^2 - h^2}$$

Über die allgemeine Beziehung $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$, definiert man nun folgende Wellenlängen:

- *Luftwellenlänge* $\lambda_0 := \frac{2\pi}{k} = \frac{c_0}{\nu}$ wobei c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und ν die Frequenz der Anregung durch Impatt–Diode darstellt
- *Grenzwellenlänge* $\lambda_c := \frac{2\pi}{h}$ (oberhalb derer sich keine Wellen im Hohlleiter ausbreiten können)
- *Hohlleiterwellenlänge* $\lambda_g := \frac{2\pi}{\gamma}$

Für die Hohlleiterwellenlänge ergibt sich dann

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}} = \frac{\nu}{c_0\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}} \tag{23}$$

d.h. sie ist stets gröer als Wellenlänge im Vakuum. Für die *Phasengeschwindigkeit* v_{ph} und die *Gruppengeschwindigkeit* v_{gr} erhält man

$$\begin{aligned} v_{ph} &:= \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega\lambda_0}{2\pi\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}} \\ v_{gr} &:= \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\beta} = \frac{\omega\lambda_0\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}}{2\pi} = v\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2} \end{aligned}$$

wobei v die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Vakuum ($= c_0$) ist.

1.2.3 Wellengleichung für rechteckigen Querschnitt

Die im letzten Abschnitt gewonnenen Gesetze sollen nun auf einen bestimmten Querschnitt angewandt werden. Die x–Ausdehnung soll a, die y–Ausdehnung b betragen. Da die Wände als ideale Leiter mit Widerstand null angesehen werden gelten für $\vec{E}$ die Randbedingungen

$$E_{0z}|_{x=0} = E_{0z}|_{x=a} = E_{0z}|_{y=0} = E_{0z}|_{y=b} = 0$$

bzw. für $\vec{H}$

$$\frac{\partial}{\partial x}H_{0z}\Big|_{x=0} = \frac{\partial}{\partial x}H_{0z}\Big|_{x=a} = \frac{\partial}{\partial y}H_{0z}\Big|_{y=0} = \frac{\partial}{\partial y}H_{0z}\Big|_{y=b} = 0$$

Für A_{0z} — das wieder Platzhalter für E_{0z} bzw. H_{0z} sein kann — macht man einen Produktansatz, der die Überlagerung zweier (für jede Querschnittsdimension eine) voneinander unabhängigen Wellen darstellen soll

$$A_{0z}(x,y) = f(x)g(y) \tag{24}$$

Durch Einsetzen in (13) ergibt sich mit Ersetzen von $\triangle_{tr}$ durch die speziellen kartesische Version $\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} + \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}y^2}$

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}A_{0z} + \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}y^2}A_{0z} + (\gamma^2 + k^2)A_{0z} = 0$$

Durch Einsetzen des Produktansatzes erhält man

$$\frac{1}{f}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}f + \frac{1}{g}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}y^2}g + (\gamma^2 + k^2) = 0$$

was nur erfüllt ist, wenn gilt

$$\frac{1}{f}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}f = -{c_1}^2 \qquad \frac{1}{g}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}y^2}f = -{c_2}^2$$

mit der Nebenbedingung

$${c_1}^2 + {c_2}^2 = k^2 + \gamma^2 = h^2$$

Für die Grenzwellenlänge im Rechteckhohlleiter ergibt sich dann

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{h} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} \tag{25}$$

Diese DGLs entsprechen harmonischen Oszillatoren mit der allgemeinen Lösung

$$\begin{aligned} f &= C_1 \sin(c_1 x) + C_2 \cos(c_1 x) \\ g &= C_2 \sin(c_2 x) + C_2 \cos(c_2 x) \end{aligned}$$

Tabelle 1 Lösung für $\vec{A} = \vec{E}$

	$\vec{E}$–Wellen
Lösung	$E_{0zm} \sin \frac{m\pi}{a}x \sin \frac{n\pi}{b}y$
E_x	$-iE_{0zm}\frac{\lambda_c^2}{2\pi\lambda_0}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}\frac{m\pi}{a}\cos\frac{m\pi}{a}x\sin\frac{n\pi}{b}y\mathrm{e}^{-i\beta z}$
E_y	$-iE_{0zm}\frac{\lambda_c^2}{2\pi\lambda_0}\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}\frac{n\pi}{b}\sin\frac{m\pi}{a}x\cos\frac{n\pi}{b}y\mathrm{e}^{-i\beta z}$
E_z	$-iE_{0zm}\sin\frac{m\pi}{a}x\sin\frac{n\pi}{b}y\mathrm{e}^{-i\beta z}$
H_x	$i\frac{E_{0zm}}{Z_F}\frac{\lambda_c^2}{2\pi\lambda_0}\frac{n\pi}{b}\sin\frac{m\pi}{a}x\cos\frac{n\pi}{b}y\mathrm{e}^{-i\beta z}$
H_y	$-i\frac{E_{0zm}}{Z_F}\frac{\lambda_c^2}{2\pi\lambda_0}\frac{m\pi}{a}\cos\frac{m\pi}{a}x\sin\frac{n\pi}{b}y\mathrm{e}^{-i\beta z}$
H_z	0

Tabelle 2 Lösung für $\vec{A} = \vec{H}$

	$\vec{H}$–Wellen
Lösung	$H_{0zm} \cos \frac{m\pi}{a}x \cos \frac{n\pi}{b}y$
E_x	$iZ_F H_{0zm} \frac{\lambda_c^2}{2\pi\lambda_0} \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi}{a}x \sin \frac{n\pi}{b}y\mathrm{e}^{-i\beta z}$
E_y	$-iZ_F H_{0zm} \frac{\lambda_c^2}{2\pi\lambda_0} \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi}{a}x \cos \frac{n\pi}{b}y\mathrm{e}^{-i\beta z}$
E_z	0
H_x	$iH_{0zm} \frac{\lambda_c^2}{2\pi\lambda_0} \sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2} \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi}{a}x \cos \frac{n\pi}{b}y\mathrm{e}^{-i\beta z}$
H_y	$iH_{0zm} \frac{\lambda_c^2}{2\pi\lambda_0} \sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2} \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi}{a}x \sin \frac{n\pi}{b}y\mathrm{e}^{-i\beta z}$
H_z	$iH_{0zm} \cos \frac{m\pi}{a}x \cos \frac{n\pi}{b}y\mathrm{e}^{-i\beta z}$

1.2.4 Impedanzmessung

Betrachtet man den Quotienten der Beträge der Transversalkomponenten einer Welle so erhählt man, die sogenannte *Impedanz* der Welle

$$
\begin{aligned}
Z_{H0} &= \frac{|\vec{E}_{tr}|}{|\vec{H}_{tr}|} = \frac{\gamma}{i\omega\epsilon_0\epsilon_r} \\
Z_{E0} &= \frac{|\vec{E}_{tr}|}{|\vec{H}_{tr}|} = \frac{i\omega\mu_0}{\gamma}
\end{aligned}
$$

Einsetzen von (23) ergibt

$$
\begin{aligned}
Z_{FE} &= Z_F\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2} && (26) \\
Z_{FH} &= Z_F\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}} && (27)
\end{aligned}
$$

wobei Z_F die Impedanz des Vakuums ist

$$Z_F = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

Trifft die Welle auf ihrem Weg durch den Hohlleiter auf ein Gebiet, dessen Impedanz sich vom vorherigen unterscheidet (z.B. durch Einfügen eines dielektrischen Materials oder einer Störstelle), so wird ein gewisser Teil der Welle reflektiert und es tritt eine Phasenverschiebung auf. Im folgenden wird nun angenommen, daß sich an der Stelle $z = 0$ eine Ebene mit einer solchen Impedanz befindet. Man setzt an mit einer ebenen stehenden Welle, die sich als Überlagerung einer (von links in die Störung) einlaufenden und einer (von der Störung) reflektierten Welle ergibt

$$\vec{E} = \vec{E}_t\mathrm{e}^{i\beta z} + \vec{E}_r\mathrm{e}^{-i\beta z} \qquad \vec{H} = \vec{H}_t\mathrm{e}^{i\beta z} - \vec{H}_r\mathrm{e}^{-i\beta z}$$

Für die Impedanz an der Stelle x ergibt sich unter diesen Bedingungen:

$$\begin{aligned} Z(z) &= \frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|} = \frac{|\vec{E}_t|}{|\vec{H}|}\left(\frac{\mathrm{e}^{i\beta z} + \frac{|\vec{E}_r|}{|\vec{E}_t|}\mathrm{e}^{-i\beta z}}{\mathrm{e}^{i\beta z} - \frac{|\vec{H}_r|}{|\vec{H}_t|}\mathrm{e}^{-i\beta z}}\right) \\ &= Z_{0g}\left(\frac{\mathrm{e}^{i\beta z} + \delta\mathrm{e}^{-i\beta z}}{\mathrm{e}^{i\beta z} - \delta\mathrm{e}^{-i\beta z}}\right) \end{aligned}$$

mit folgenden Definitionen

$$Z_{0g} := \frac{|\vec{E}_t|}{|\vec{H}_t|} \qquad \text{charateristische Impedanz des luftgefüllten Hohlleiters}$$

$$\delta := \frac{|\vec{E}_r|}{|\vec{E}_t|} = \frac{|\vec{H}_r|}{|\vec{H}_t|} \qquad \text{Reflexionsfaktor}$$

Der Reflektionsfaktor ist komplex und kann deshalb sowohl eine Abschwächung der Amplitude als auch Verschiebung der Phase bewirken. Der Quotient der transmittierten Wellenanteile entspricht der charakteristischen Impedanz des Hohlleiters, da hinter der Störstelle keine Überlagerung von Wellen stattfindet und sich somit die Welle wie eine 'normale' Welle in z–Richtung ausbreitet, deren Impedanz schon durch den Phasenfaktor β und die Anregungsfrequenz vollkommen bestimmt ist.

Für den Spezialfall des Kurzschlusses mit $\delta = -1$ ergibt sich für die Impedanz an der Stelle z

$$\begin{aligned} Z(z) &= Z_{0g}\frac{\mathrm{e}^{i\beta z} - \mathrm{e}^{-i\beta z}}{\mathrm{e}^{i\beta z} + \mathrm{e}^{-i\beta z}} \\ &= Z_{0g}\frac{\cos(\beta z) + i\sin(\beta z) - (\cos(\beta z) - i\sin(\beta z))}{\cos(\beta z) + i\sin(\beta z) + \cos(\beta z) - i\sin(\beta z)} \\ &= Z_{0g}\frac{2i\sin(\beta z)}{2\cos(\beta z)} \\ &= Z_{0g} i\tan(\beta z) \end{aligned}$$

Der Kurzschluß bewirkt also gerade eine Phasenverschiebung um $\frac{\pi}{2}$. Die Amplitude der Impedanz beträgt:

$$|Z(z)| = Z_{0g}\tan(\beta z) = Z_{0g}\tan\left(\frac{2\pi x}{\lambda_g}\right) \tag{28}$$

Das Verhältnis von maximaler zu minimaler Feldstärke im Bereich links vor der Störung wird *Welligkeitsverhältnis* s genannt. Es ist mit dem Reflektionsfaktor über folgende Zusammenhänge verknüpft:

$$\begin{aligned} s &= \frac{U_{max}}{U_{min}} = \frac{1 + |\delta|}{1 - |\delta|} \\ \delta &= \frac{\frac{U_{max}}{U_{min}} - 1}{\frac{U_{max}}{U_{min}} + 1} = \frac{s-1}{s+1} \end{aligned}$$

Der Welligkeitsfaktor s kann alle Werte zwischen 1 und ∞ annehmen. Eine Welligkeit von ∞ bedeutet dabei, daß die Störstelle als Kurzschluß fungiert und die gesamte Welle reflektiert wird. Man spricht in diesem Fall von *Reihenresonanz*.

Anleitung Seite 9

Abb.4 Stehende Wellen bei verschiedene Abschlußwiderstände

1.2.5 Das Smith'sche Diagramm

Das Smith'sche Diagramm dient zur Bestimmung der Impedanz einer Störung mit Hilfe von drei Meßgrößen:

- Die Wellenlänge im Hohlleiter λ_g
- Der Abstand z_{min0} des *ersten* Minimums zur Störstelle. Dieser Wert kann wegen der Geometrie des Versuchaufbaus nicht direkt gemessen werden. Man erhält stattdessen den Abstand eines beliebigen anderen Minimums z_{min}. Bestimmt man nun die natürliche Zahl n derart, so daß gilt

$$z_{min} - n\frac{\lambda_g}{2} > 0 \quad \text{und} \quad z_{min} - (n+1) * \frac{\lambda_g}{2} < 0$$

  so ist $z_{min} - n\frac{\lambda_g}{2}$ die Position des gewünschten Minimums.
- Das Verhältnis der Amplituden an Maximum und Minimum (auch SWR für Standing Wave Ratio genannt)

Nachdem diese drei Werte experimentell ermittelt wurden, ist folgendermaßen vorzugehen:

1. Vom Mittelpunkt des Smith'schen Diagramms wird eine Strecke zum Wert $\frac{z_{min0}}{\lambda_g}$ auf der Skala *Wellenlängen zur Last* abgetragen.

2. Um den Mittelpunkt des Diagramms ist ein Kreis zu ziehen, der als Radius die Strecke vom Mittelpunkt bis zum SWR auf der senkrechten Achse hat. Der Schnittpunkt dieses Kreises mit der obigen Strecke repräsentiert die relative komplexe Impedanz.
3. Auf der senkrechten Achse kann der relative reelle Widerstand ablesen werden.
4. Der imaginäre Anteil erhält man über die Skala auf dem Rand des Diagramms. Dabei stellen Werte auf dem linken Halbkreis kapazitive und Werte auf dem rechten Halbkreis induktive Blindwiderstände dar.

Sind die beiden relativen Komponenten der Impedanz bestimmt, so werden beide Werte mit der charakteristischen Impedanz des Hohlleiters multipliziert, um das absolute Ergebnisse zu erlangen.

1.3 Die Dielektrizitätskonstante

Im Gegensatz zum Vakuum, wo die Fortplanzung der elektromagnetischen Welle ohne Ladungen und Ströme abläuft, kommt es beim Eindringen in Materie zu Wechselwirkungen, die auf den elektrischen Eigenschaften der atomaren Bestandteile der Materie beruhen. In einem einfachen Modell kann man sich jeden Körper als ein System von harmonischen Oszillatoren vorstellen, die von außen über eine einfallende Welle zu einer erzwungenen Schwingung angeregt werden. Dabei gibt es drei verschiedene Phänomene:

- Bei niedriegen Frequenzen (Mikrowellen) werden hauptsächlich permanente Dipole, die bei Substanzen mit spontaner Dielektrizität unterhalb der Curie-Temperatur vorhanden sind, um kleine Winkel gedreht.
- Bei mittleren Frequenzen im Infrarot–Bereich werden — insofern das Material aus Ionen besteht — positve und negative Ionen–Rümpfe gegeneinander verschoben.
- Bei hohen Frequenzen im Ultravioletten–Bereich ist die Verschiebung der Elektronenhüllen die Ursache für die Polarisation.

Insgesamt ist zu sehen, daß die Frequenzen, bei denen die obigen Effekte eintreten um so höher sind, je größer die zu bewegenden Massen sind.

Jeder Oszillator genügt dabei der Differentialgleichung:

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\vec{p_n} + \Gamma_n \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{p_n} + {\omega_n}^2\vec{p_n} = b_n \vec{E}_0 \mathrm{e}^{-i\omega t}$$

wobei

- $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \mathrm{e}^{-i\omega t}$ äußere Anregung,
- $\vec{p_n}$ Polarisierung des Oszilators n,
- Γ_n Dämpfung des Oszillators n,

- ω_n Eigenfrequenz des Oszillators n,
- b_n Kopplung des Oszillators n.

Als Lösung der DGL erhält man

$$\vec{p_n}(t) = \vec{p}_{0n} \mathrm{e}^{-i\omega t}$$

mit der Response-Funktion

$$\vec{p}_{0n} = \frac{b_n}{({\omega_n}^2 - \omega^2) - i\Gamma_n \omega} \vec{E}_0$$

Addiert man nun alle Einzelpolarisationen auf so erhält man:

$$\vec{P_{ges}} = \sum_{n=1}^{N} \frac{b_n}{({\omega_n}^2 - \omega^2) - i\Gamma_n \omega} \vec{E}_0$$

Durch Vergleich mit $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$ und $\epsilon = 1 + \chi_e$ ergibt sich:

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{n=1}^{N} \frac{b_n}{({\omega_n}^2 - \omega^2) - i\Gamma_n \omega} \vec{E}_0$$

Der obige Term wird *Dielektrizitätskonstante* genannt. Er hat einen reellen Anteil, der die Stärke der Absorption bestimmt und und einen komplexen, der angibt, wie sich die Frequenz in Abhängigkeit der Wellenlänge ändert (Dispersionsbeziehung).

Kittel S.428 Bild 8

Abb.5 Frequenzabhängigkeit der Polarisierbarkeit

1.3.1 Messung im vollständig gefüllten Hohlleiter

Bei dieser Messung wird ein Kurzschluß in den Hohlleiter eingebaut und das Volumen direkt am Kurzschluß über eine Strecke L mit dem Material gefüllt, dessen Dielektrizitätskonstante bestimmt werden soll.

Anleitung Seite 6

Abb.6 Vollständig gefüllter Hohlleiter

Über die Beziehung (28) erhält man die Impedanz des Hohlleiters an der Stelle $z = L$. Dabei ist als charakteristische Impedanz des Hohlleiters diejenige einzusetzen, die sich über

$$\frac{Z_{0g0}}{Z_{0g\epsilon}} = \frac{\lambda_{g0}}{\lambda_{g\epsilon}} \tag{29}$$

ergibt. Die Phasenkonstante β ist über die Wellenlänge im gefüllten Hohlleiter zu bestimmen:

$$Z_{mit}(L) = Z_{0g\epsilon} \tan\left(\frac{2\pi L}{\lambda_{g\epsilon}}\right) \tag{30}$$

Diese Impedanz muß der Impedanz im Luft-gefüllten Hohlleiter an der Stelle $L + d$ entsprechen, wobei d die Verschiebung der Minima ist, die sich nach Entfernen des Probematerials ergibt.

$$Z_{ohne}(L+d) = Z_{0g0} \tan\left(\frac{2\pi(d+L)}{\lambda_{g0}}\right)$$

Also muß gelten:

$$Z_{ohne}(L+d) = Z_{mit}(L)$$

und damit mit (30)

$$y := \frac{\tan\left(\frac{2\pi(d+L)}{\lambda_{g0}}\right)}{\frac{2\pi L}{\lambda_{g0}}} = \frac{\tan\left(\frac{2\pi L}{\lambda_{g\epsilon}}\right)}{\frac{2\pi L}{\lambda_{g\epsilon}}} \tag{31}$$

Der linke Term kann direkt berechnet werden, da er nur bekannte Größen enthält. Ist dieser Wert y bekannt, so kann für die rechte Seite mit der Substitution $x := \frac{2\pi L}{\lambda_{g\epsilon}}$

eine numerisch eine Lösung für die Gleichung $y = \frac{\tan(x)}{x}$ bestimmt werden. Über den Zusammenhang (21) erhält man:

$$(\frac{2\pi}{\lambda_c})^2 = (\frac{2\pi}{\lambda_\epsilon})^2 - (\frac{2\pi}{\lambda_{g\epsilon}})^2$$

Mit $\lambda_c = 2a$ sowie $\lambda_\epsilon = \frac{c_\epsilon}{\nu} = \frac{1}{\nu\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0}}$ erhält nach ϵ_r aufgelöst:

$$\epsilon_r = \frac{\frac{\pi^2}{4a^2} + \frac{x^2}{L^2}}{4\pi^2 \nu^2 \epsilon_0 \mu_0} = \left(\left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2 + \left(\frac{x}{L}\right)^2\right) \frac{\lambda_0^2}{4\pi^2} \tag{32}$$

1.3.2 Messung im freien Raum

Bei der Messung der Dieletrizitätskonstanten im freien Raum wird das Probematerial mit Mikrowellen einer bestimmten Frequenz durchstrahlt. Da die Wellenlänge im Medium kleiner ist, erfahren die Wellen gegenüber dem Vakuum eine Phasenverschiebung, die mittels eines Phasenschiebers gemessen werden kann.

Abb.7 Phasenverschiebung an der Platte

Die Dicke der Platte sei d, der Einfallswinkel α. Im Medium hat der Strahl den Winkel β zum Einfallslot, wobei nach dem Brechnungsgesetz von Snellius gilt:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = n = \sqrt{\epsilon_r} \Longrightarrow \cos(\beta) = \sqrt{1 - \left(\frac{\sin(\alpha)}{n}\right)^2}$$

Die Phasenverschiebung ergibt sich dann zu:

$$\begin{aligned} \phi &= 2\pi * \left(\frac{n}{\lambda}\frac{d}{\cos(\beta)} - \frac{d}{\lambda\cos(\beta)}\cos(\alpha - \beta)\right) \\ &= 2\pi * \left(\frac{nd}{\lambda\sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}}} - \frac{d\cos(\alpha)}{\lambda} - d\frac{\sin^2(\alpha)}{n\lambda\sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}}}\right) \end{aligned}$$

Für die DK folgt

$$\epsilon_r = n^2 = (\frac{\lambda\phi}{2\pi d} + \cos\alpha)^2 + \sin^2\alpha$$

Für $\alpha = 45°$ und $\lambda = \frac{c_0}{\nu}$ ergibt sich:

$$\epsilon_r = \left(\frac{c_0\phi}{2\pi\nu d} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{2} \qquad (33)$$

1.4 Doppler–Effekt

Der Doppler-Effekt tritt auf, wenn die Quelle einer Strahlung und deren Beobachter eine Relativgeschwindigkeit zueinander haben. Wenn sie sich einander nähern stellt der Beochbachter eine Blauverschiebung der Wellenlängen fest, bzw. im Falle, daß sie sich voneinander entfernen eine Rotverschiebung. Eine einfache (klassische, nicht relativistische) Herleitung ergibt sich folgendermaßen: angenommen Quelle und Beobachter haben eine Relativgeschwindigkeit von v zueinander und λ_Q ist die von der Quelle abgestrahlte Wellenlänge. In der Zeit Δt, in der die Quelle einmal schwingt, hat sie sich um $v\Delta t$ vom Beobachter entfernt, d.h. dem Beobachter erscheint die Welle um diesen Betrag 'verlängert':

$$\lambda_B = \lambda_Q + v\Delta t$$

Mit $\Delta t = \frac{1}{\nu_Q}$, $\lambda_B = \frac{c_0}{\nu_B}$ und $\lambda_Q = \frac{c_0}{\nu_Q}$ erhält man

$$\nu_B = \frac{\nu_Q}{1 + \frac{v}{c_0}} \cong \nu_Q \left(1 - \frac{v}{c_0}\right) \qquad (34)$$

Da die Welle am Auto reflektiert wird und sich der eigentliche Beobachter am selben Ort wie die Quelle befindet, erfährt die Frequenz eine weitere Verschiebung

$$\nu_D = \nu \left(1 - \frac{v}{c_0}\right)^2 \cong \nu \left(1 - 2\frac{v}{c_0}\right)$$

wobei ab jetzt ν die Frequenz der Quelle ist. Für die Geschwindigkeit ergibt sich:

$$v = \frac{c_0}{2}\left(1 - \frac{\nu_D}{\nu}\right) \qquad (35)$$

Nun ist es aber im Experiment unmöglich Frequenzen von mehreren Gigahertz auf dem Oszilloskop sichtbar zu machen. Was man jedoch ablesen kann ist die Modulationsfrequenz der Schwebung, die bei der Überlagerung der ausgestrahlten und der reflektierten Welle ensteht. Für diese gilt

$$\nu_{Schwebung} = \frac{\nu - \nu_D}{2}$$

Eingesetzt in (35) erhält man:

$$v = c\frac{\nu_{Schwebung}}{\nu} \qquad (36)$$

2 Auswertung

2.1 Versuch 1

2.1.1 Leistungskurve des Generators

Bei dieser Messung wurde auf dem Resonator die gewünschte Frequenz eingestellt und dann der linke Kurzschluß so weit verschoben, bis auf dem Oszilloskop ein maximaler Spannungswert abgelesen werden konnte. Die kleinste Frequenz, die einen sich vom Rauschen abhebenden Ausschlag zeigte, war $\nu_{min} = 9150$ [MHz]. Dann wurde in $25[MHz]$–Schritten die Frequenz erhöht, bis bei $\nu = 10$ [GHz] die maximale Freqenz des Resonators erreicht wurde. Da bei dieser Frequenz noch eine große Amplitude abzulesen war, ist anzunehmen, daß das Spektrum noch weit (?) über $10[GHz]$ hinausgeht. Während der gesamten Messung wurde auf dem Strommeßgerät ein konstanter Strom von $I_{Diode} = 25.0 \pm 0.5$ [mA] abgelesen. Die ermittelten Spannungswerte der Detektordiode sind in untenstehendem Diagramm abgebildet:

Abb.8 Leistungskurve des Generators

2.1.2 Messung der Hohlleiter–Wellenlänge

Die halbe Wellenlänge im Hohlleiter wurde mit dem Stehwellendetektor anhand der Abstände der Spannungsminima bestimmt. Dabei wurde ein Fehler der Einstellung von ca. $1[mm]$ angenommen. Der Hohlleiter hat die Breite $a = 22.86[mm]$. Da im Versuch die H_{10}–Mode gemessen wurde vereinfacht sich die Berechnung der Grenzwellenlänge zu $\lambda_c = 2a$. Man erhält folgende Ergebnisse

Tabelle 3 Hohlleiter–Wellenlänge

	Einheit	$\nu = 9450 \pm 2.5$ $[MHz]$	$\nu = 9550 \pm 2.5$ $[MHz]$
λ_0	[mm]	31.72 ± 0.08	31.39 ± 0.08
λ_c	[mm]	45.72	45.72
λ_g theor.	[mm]	44.06 ± 0.04	43.18 ± 0.04
λ_g gemess.	[mm]	44.1 ± 2	43.4 ± 2

2.2 Versuch 2

In diesem Teil wurde eine Störung in den Hohlleiter eingebracht und deren Impedanz mittels des Smith'schen Diagramms bestimmt. Da die Millimeter–Schraube des Gleitschraubentransformators nicht mehr geeicht ist, wurde zuerst der Pfosten soweit in den Leiter hineingeschraubt, bis eine Beeinflußung zu merken war. Der Maßstab zeigte zu diesem Zeitpunkt 0.384 [Zoll] an. Dann wurde die Schraube um weitere 0.156 [Zoll] nach unten gedreht, was ca. 4 [mm] entspricht.

Beim Ablesen der Spannungswerte wurde ein Fehler von 0.2 Skalenteilen angenommen, was bei der verwendeten Skala 0.4 [mV] entspricht. Beim Ablesen der Positionen der Minima wurde wieder wie im ersten Teil ein Fehler von 1 [mm] angenommen. Die Berechnung der Fehlerfortpflanzung durch das Smith'sche Diagram gestaltet sich sehr schwierig, da auf den dortigen Skalen ein logarithmischer Maßstab vorliegt. Bei Übernahme der Fehler von SWR und $\frac{\lambda_{min0}}{\lambda_g}$ wird der Endfehler zu groß. Bestimmt man die Fehler über die Ablesegenauigkeit im Diagramm so fallen die Fehler zu klein aus.

Die Berechnung des Abstandes vom Minimum zum Bolzen geschieht mit (alle Größen in Millimeter):

$$z_{min} = z_{skala} - 30.0 + 65.0 + 100.0 - 78.2$$

wobei

- z_{min} tatsächlicher Abstand
- z_{skala} Wert der Skala des Stehwellendetektors
- 30.0 Bezugspunkt auf Skala des Stehwellendetektors
- 100.0 Bezugspunkt auf Skala des Gleitschraubentransformators
- 65.0 Abstand der beiden Bezugspunkte
- 78.2 Position des Bolzens

Tabelle 4 Impedanzmessung an einer Störstelle

Größe	Einheit	4 [mm]	7.98 [mm]
λ_g	[mm]	42.9 ± 2	43.7 ± 2
z_{min}	[mm]	108.7 ± 1	101.1 ± 1
z_{min0}	[mm]	1.45 ± 1 !!!	13.7 ± 1
U_{max}	[mV]	14.8 ± 0.4	$ca.4 \pm 1$
U_{min}	[mV]	1.38 ± 0.4	$ca.0$
SWR	[1]	30.7 ± 3.1	∞
$\frac{\lambda_{min0}}{\lambda_g}$	[1]	0.034 ± 0.024 !!!	0.314 ± 0.024
$\frac{R}{Z_{0g}}$	[1]	0.1 ± 0.069	0
$\frac{X}{Z_{0g}}$	[1]	-0.22 ± 0.15	2.3 ± 0.17
Z	[Ω]	$52(\pm 36) - i113(\pm 78)$	$i1190(\pm 91)$

2.3 Versuch 3

2.3.1 (a) Vollständig gefüllter Hohlleiter

Bei diesem Teil wurden der Reihe nach die verschiedenen zu untersuchenden Materialien an die Stelle des Kurzschlußes einlegt und die Verschiebung der Minima gemessen. Man berechnet dann y aus Formel 31 und benutzt diesen Wert, um x numerisch zu bestimmen. Über Formel (32) erhält man die Dielektrizitätskonstante.

Die anhand der Minima bestimmte Wellenlänge beträgt hier $\lambda_g = 43.9$ [mm] bei einer Frequenz von $\nu = 9.6$ [GHz]. Die Breite des Hohlleiters mit $a = 22.86[mm]$ wurde der Versuchsanleitung entnommen und ein Fehler von $\Delta a = 0.01[mm]$ geschätzt.

Tabelle 5 DK über vollständig gefüllten Hohlleiter

Material	L [mm]	d [mm]	y [1]	x [1]	$\lambda_{g\epsilon}$ [mm]	ϵ_r [1]
Teflon	8.8 ± 0.1	9.17 ± 1	-0.46 ± 0.2	2.32 ± 0.19	23.8 ± 2.5	2.2 ± 0.3
PVC	7.9 ± 0.1	10.7 ± 1	-0.37 ± 0.2	2.41 ± 0.24	20.6 ± 2.1	2.8 ± 0.5
Plexiglas	10.0 ± 0.1	10.9 ± 1	-0.06 ± 0.014	2.97 ± 0.38	21.2 ± 2.8	2.6 ± 0.6
Polystyrol	10.2 ± 0.1	10.7 ± 1	-0.049 ± 0.14	3.0 ± 0.39	21.4 ± 2.8	2.6 ± 0.6
Araldit	10.0 ± 0.1	11.5 ± 1	0 ± 0.14	3.14 ± 0.42	20.0 ± 2.7	2.9 ± 0.7
Pertinax	10.2 ± 0.1	13.4 ± 1	0.2 ± 0.15	3.79 ± 0.4	16.9 ± 1.8	3.9 ± 0.7
Holz $\parallel$	9.9 ± 0.1	10.7 ± 1	-0.11 ± 0.15	2.84 ± 0.36	21.9 ± 2.8	2.5 ± 0.5
Holz $\perp$	10.0 ± 0.1	10.3 ± 1	-0.12 ± 0.15	2.82 ± 0.35	22.3 ± 2.8	2.4 ± 0.5

2.3.2 (b) DK über Phasenverschiebung

Bei diesem Versuch wird die Phasenverschiebung, die die Welle nach Durchlauf des Materials hat mittels eines Phasenschiebers bestimmt. Die Eichung dieses Gerätes war einem beigefügtem Diagramm zu entnehmen. Der Fehler des Ergebnisses wird hauptsächlich durch die Ablesegenauigkeit der Eichkurve bestimmt.

Die Frequenz bei der Durchführung betrug $\nu = 9.6$ [MHz]. Die Ergebis ergibt sich aus Formel (33).

Tabelle 6 DK über Phasenverschiebung

Material	$\Delta\phi[2\pi]$	$d[mm]$	ϵ_r	Literatur
Polystyrol (1)	2.18 ± 0.17	10.1 ± 0.1	3.7 ± 0.3	$2.3 \ldots 2.5$
Plexiglas (3)	2.36 ± 0.17	11.8 ± 0.1	3.4 ± 0.2	
Pertinax	2.71 ± 0.17	9.6 ± 0.1	5.2 ± 0.4	$3.5 \ldots 5.5$
Trovidur (5)	1.92 ± 0.17	7.7 ± 0.1	4.2 ± 0.4	

2.4 Versuch 4

Die abgelesene Periodendauer T lag zwischen 20[ms] und 40[ms]. Aus Formel (35) und einer eingestellten Frequenz von $\nu = 9.6$ [GHz] ergibt sich dann eine Geschwindigkeit von:

$$v_{auto} \approx 0.8 \quad \text{bis} \quad 1.6[\frac{m}{s}]$$

3 Diskussion der Ergebnisse

zu 1

Der Vergleich der theoretischen und gemessenen Wellenlänge zeigt erstaunlich gute Übereinstimmung. Es scheint als sei der angenommene Fehler von 2 [mm] für die Wellenlänge zu hoch angesetzt. Er ist jedoch trotzdem im Hinblick auf die etwas verschwommene Darstellung auf dem Oszilloskop zu rechtfertigen.

Bei der gemessenen Leistungskurve ist besonders das Minimum bei 9725 [MHz] auffallend. Dies ist unter Umständen dadurch zu erklären, daß es sich bei dem System um keinen idealen Resonator handelt, sondern daß die Geometrie des Aufbaus (Anbringung der Impatt–Diode, Kurzschluß) die Welle stören. Desweiteren geht man in der Theorie davon aus, daß die stehende Welle sowohl links als auch rechts von einem Kurzschluß begrenzt wird. Dies ist jedoch hier der Fall, denn das System ist über den Einweghohlleiter mit dem übrigen Versuchsaufbau verbunden und kann deshalb auch durch diesen gestört werden.

zu 2

Der Nachteil der Meßmethode dieses Versuches ist die Tatsache, daß für die Ermittlung des tatsächlich ersten Minimums z_{min} eine Subtraktion durchgeführt werden muß, die zu relativ kleinen Werten bei größen Fehlern führt. Dies ist besonders deutlich bei der Bolzenstellung von 4 [mm], wo relative Fehler ca. 69 % beträgt. Eine weitere Fehlerquelle liegt in der Bestimmung von U_{min}, da bei kleinen Spannungswerten das Signal im Rauschen verschwindet.

zu 3a

Da bei diesem Versuch für den Wert x keine explizite Formel existierte, wurde der Fehler wie folgt bestimmt:

$$\Delta x = \frac{x(y - \Delta y) - x(y + \Delta y)}{2}$$

Bei Holz ist der gemessene Wert viel zu klein im Vergleich zu Literatur–Werten von $3.5 \ldots 5.0$. Allerdings ist bei den Literaturwerten keine Frequenz angegeben, so daß die Vergleichswerte mit einem großen Fehler behaftet sein können. Der gemessene Unterschied der beiden Ausrichtungen im Feld liegt noch innerhalb der Fehlergrenzen, so daß keine (weder positive noch negative) Aussage über die Anisotropie von Holz gegenüber Polarisation gemacht werden kann.

zu 3b

Im Gegensatz zur obigen Messung liegen hier die Werte eher zu hoch. Ein großer Fehlerfaktor die Bestimmung der Phasenverschiebung über den Phasenschieber und das anschließende Ablesen der Werte auf der Eichkurve. Eine weitere Fehlerquelle ist das Ausrichten der Platten unter einem Winkel von 45^o, denn bei einem Winkelfehler von ca. 10^o kann die DK um bis zu ± 0.16 abweichen (dieser Fehler ist in den Ergebnissen nicht berücksichtigt).

zu 4

Dieser Versuch dient eher zur Verdeutlichung des Doppler-Effektes (oder zur Befriedigung des Spieltriebs von Physik-Studenten) als zur Ermittlung quantitativer Meßdaten. Dies liegt sowohl an der variablen Geschwindigkeit des Autos als auch der kurzen Zeitspanne, in der es sich im günstigen Reflektionsbereich aufhählt. Die ermittelten Werte für die Geschwindigkeit liegen jedoch insgesamt im realistischen Bereich, so däs der Versuch als Erfolg gewertet kann.

Was die Verteilung von Sender und Empfänger anbetrifft, so stellt man durch Abdecken des rechten Horns fest, daß die Ausschläge auf dem Oszilloskop vollkommen gleich aussehen. Das heißt, daß beide Hörner *sowohl* als Sender *als auch* als Empfänger fungieren können.

Eine Abdeckung des rechten Horns bringt eine erhebliche Abschwächung des Signal mitsich, weil seine Ausgangsleistung geringer und der Abstand zum Auto größer ist.